

# Micro-330 - Chapitre 8 – Exercices et solutions

## Exercice 8.1 Accéléromètre piézoélectrique

Un accéléromètre piézoélectrique est constitué d'une masse inertielle cubique de 10 mm de côté, densité  $\rho=10^4 \text{ kg/m}^3$ , collée sur une plaque piézoélectrique en PZT de  $l=3\text{mm}$  \*  $L=3\text{mm}$  sur  $h=2\text{mm}$  d'épaisseur (polarisé selon axe  $h$ ,  $d_{33}=375 \cdot 10^{-12} \text{ C/N}$ ,  $\epsilon=1200$ ,  $\epsilon_0=8.85 \cdot 10^{-12}$ )

Calculer :

- La tension (instantanée) générée par une accélération de 100 G
- La charge générée par cette même accélération
- La fréquence de résonance (approximative) de l'accéléromètre (module de Young  $E = 8 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$ )

*Équations utiles :*

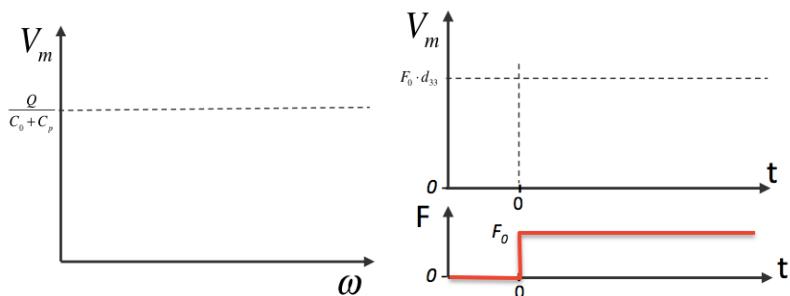
$$V_z = \frac{Q_z}{C} = \frac{Q_z h}{\epsilon \epsilon_0 L l} = \frac{d_{33}}{\epsilon \epsilon_0} \frac{h}{A} \cdot F_z \quad f_{res} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad k = E \cdot \frac{L \cdot l}{h}$$

## Exercice 8.2 Amplificateur de tension pour capteurs piézoélectriques

On utilise un amplificateur de tension (gain 1) pour mesurer le capteur de l'exercice 8.1. Le capteur a une résistance interne  $R_0$  de 100 MΩ

Deux hypothèses pour simplifier : i) l'amplificateur est « idéal », et ii) il n'y a pas de capacité parasite.

- Dessiner la courbe de réponse en fréquence ( $V_m$  vs.  $\omega$ )
- Quelle est la valeur de la fréquence de coupure basse du système (en dessous de quelle fréquence la réponse est 1/e de la valeur à haute fréquence) ?
- Si on applique une force constante, en combien de temps la tension mesurée garde 36% de sa valeur initiale ?
- Dessiner la trace de la tension en fonction du temps, après avoir appliqué la force au temps  $t=0$



$$\text{Équations utiles : } V(\omega) = \frac{Q}{C_{tot}} \frac{j\omega R_0 C_{tot}}{1 + j\omega R_0 C_{tot}} \quad f_c = \frac{1}{2\pi \cdot R \cdot C} \quad \tau = \frac{1}{\omega_c}$$

## Exercice 8.3 : Capteur piézoélectrique

Une masse  $m$  est collée sur un capteur piézoélectrique en PZT. La masse  $m$  est soumise à une force  $F$ . Le piézo subira donc des forces normales ou en cisaillement.

Les dimensions du capteur piézo sont :  $w$ ,  $d$ , et  $t$ . Le capteur est polarisé dans la direction indiquée par la flèche rouge  $P$  en Figure 1. La permittivité relative du piézo est  $\varepsilon$ . Deux électrodes (en bleu) sur le capteur permettent de lire la tension  $V$  ou la charge  $Q$ , générée par le piézo.

La Figure 1 montre 4 cas différents. Attention : la polarisation  $P$  est toujours selon l'axe z, mais les systèmes de coordonnées ne sont pas les mêmes dans les 4 configurations.

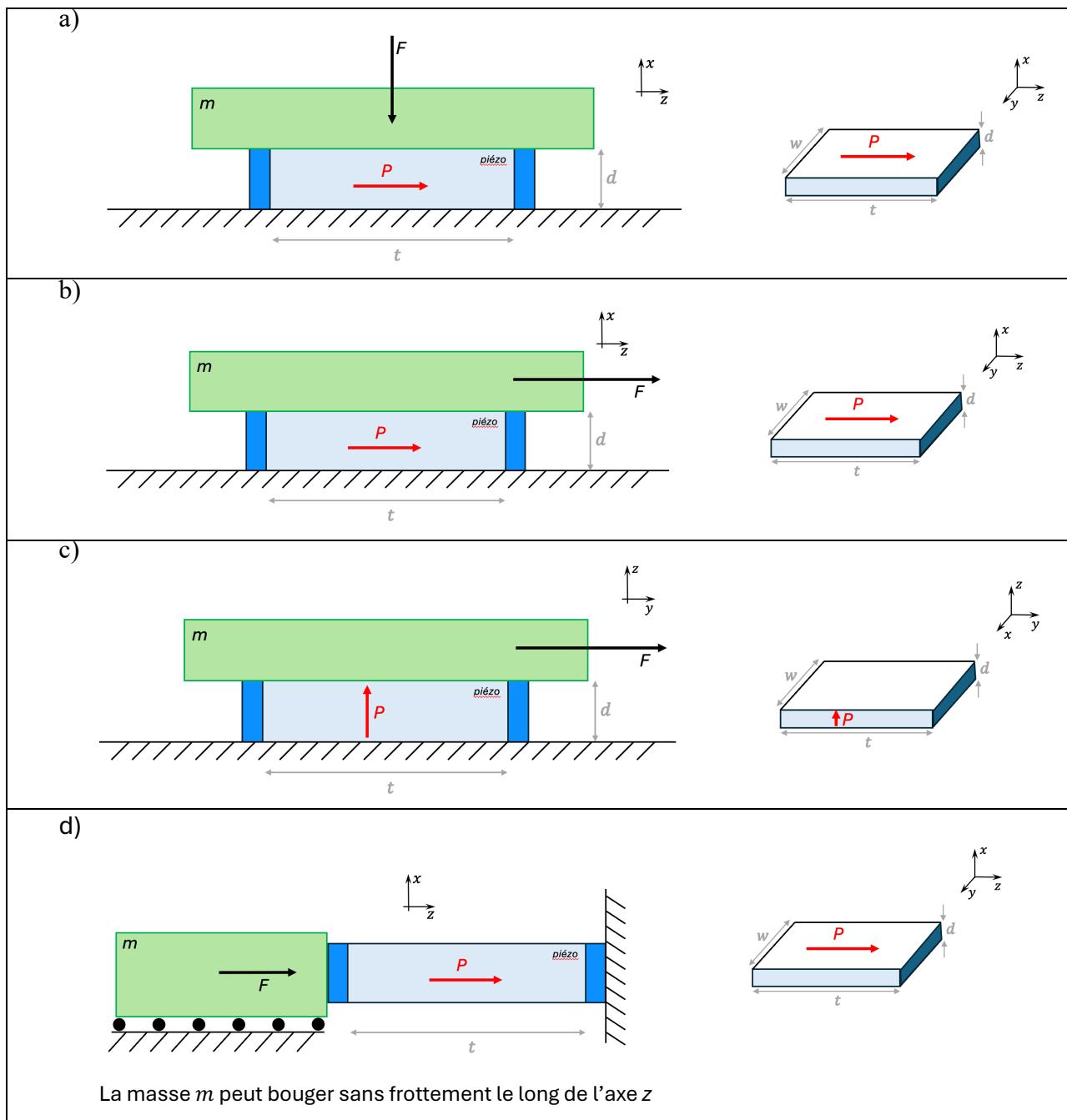
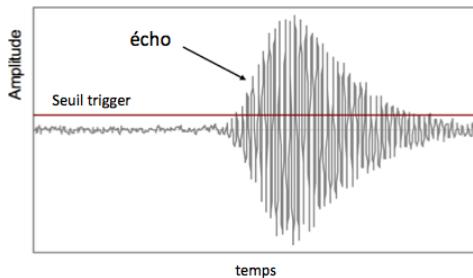


Figure 1 : quatre configurations de capteurs piezoélectriques

- **Q8.3a.** pour chacun des 4 cas, indiquez la constante piézoélectrique qui s'applique (les possibilités sont : 0,  $d_{31}$ ,  $d_{33}$ , ou  $d_{15}$ ).
- **Q8.3b.** Pour la configuration d). La force  $F$  est soudainement appliquée à la masse.
  - Exprimez la tension  $V$  en fonction de  $F, m, d, t, w$ , des constantes piézoélectriques et de la permittivité.
  - Exprimez la charge  $Q$  aux électrodes en fonction de  $F, m, d, t, w$ , des constantes piézoélectriques et de la permittivité.
- **Q8.3c.** On fixe  $d = 1 \text{ mm}$ . Quelles valeurs de  $t$  et  $w$  permettent de maximiser la tension, si on impose  $1 \text{ mm} < t < 5 \text{ mm}$  et  $1 \text{ mm} < w < 5 \text{ mm}$
- **Q8.3d.** Avec un voltmètre idéal, et en négligeant les capacités parasites des câbles, quel est l'évolution dans le temps de la tension  $V$  suite à l'application soudaine d'une force  $F$  sur la masse ?

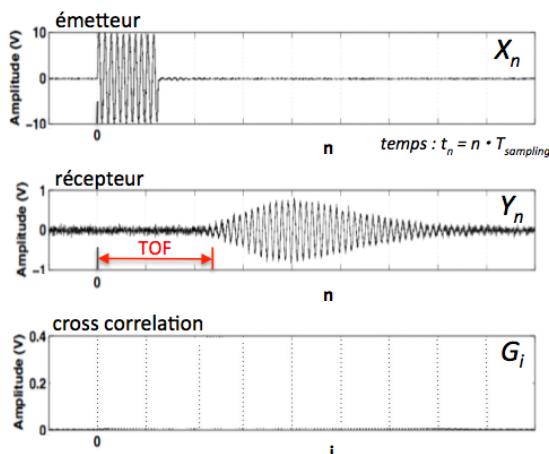
## Exercice 8.4 Mesure de distance par ultrasons

- A) Un capteur de distance à ultrasons dans l'air reçoit l'écho d'un objet après 15 ms. A quelle distance est l'objet ? L'ultrason est émis à une fréquence de 50 kHz. Vitesse du son dans l'air : 346 m/s



- B) La mesure du temps de vol est basée sur une détection de seuil du signal d'écho (figure ci-dessus). Calculer l'erreur introduite sur la distance mesurée si le niveau de l'écho baisse légèrement et que la détection est alors décalée d'une période?

- C) La précision de la mesure du temps de vol est largement améliorée par l'utilisation de la technique d'auto-corrélation. Expliquer brièvement le principe et esquisser l'enveloppe de la courbe d'auto-corrélation sur le troisième graphe ci-dessous.



## Exercice 8.5 Capteur de débit à ultrasons

- A) Un capteur de débit à ultrason est utilisé pour mesurer un débit d'eau dans un tuyau de section circulaire de rayon 5 cm.

Quelle est la vitesse moyenne du liquide  $\bar{v}$  et la vitesse moyenne  $\bar{v}_{US}$  "vue" par l'onde sonore entre les deux transducteurs ?

Quel est le temps de transit entre le capteur A et B (distance horizontale entre les capteurs  $D=8$  cm, placés en opposition sur le tuyau) si le débit est de  $Q=10$  l/s

- B) Pourquoi doit-on faire une correction de la vitesse moyenne obtenue par l'ultrason pour obtenir le débit du liquide ?

Vitesse du son dans l'eau :

$$c = 1480 \text{ m/s}$$

## Exercice 8.6 Capteur Doppler acoustique

- A) Un capteur Doppler acoustique fixe (fréquence d'émission :  $f_0 = 40\text{kHz}$ ) est utilisé pour mesurer la vitesse d'une voiture à l'entrée d'un garage. Quelle est la différence de fréquence  $f-f_0$  du signal en retour si la voiture approche à 5 km/h ?
- B) Quelle serait la différence de fréquence si l'émetteur est placé sur la voiture et le détecteur fixe sur la route ?

Paramètres physiques :

Vitesse du son dans l'air :  $346 \text{ m/s}$

### Exercice 8.1 Corrigé:

Tension générée :  $V = 78 \text{ V}$

Charges générées :  $Q = 3.75 * 10^{-9} \text{ C}$

Fréquence propre mécanique :  $f_{\text{res}} = 30.2 \text{ kHz}$

$A = 3\text{mm} \times 3 \text{ mm}$ . (la surface du piezo, pas la surface de la masse)

$$F_z = m \cdot a$$

$$a = 100 \cdot 10 \text{ m/s}^2$$

$$V_z = \frac{Q_z}{C} = \frac{Q_z h}{\epsilon \epsilon_0 L l} = \frac{d_{33} h}{\epsilon \epsilon_0 A} \cdot F_z$$

### Exercice 8.2 Corrigé:

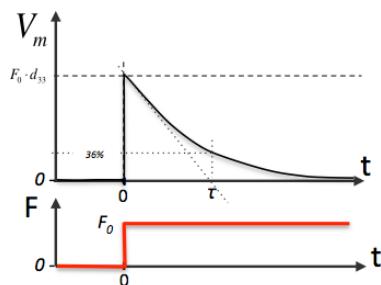
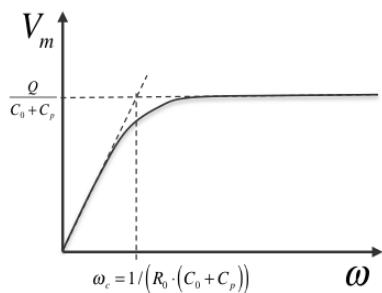
Fréquence de coupure basse :  $f_c = 33 \text{ Hz}$

Temps RC:  $\tau = 5 \text{ ms}$

*La montée en tension est instantanée.*

C'est la chute qui est exponentielle (car décharge via résistance  $R_0$ )

$1/e = 0.36$ . donc on arrive à 36% en une constante de temps, c'est-à-dire 5 ms



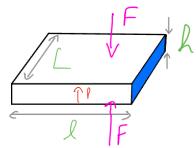
### Exercice 8.3 Corrigé:

- Q8.3a.

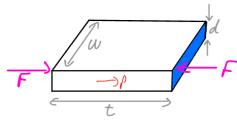
a) $d_{31}$	b) $d_{35} = 0$
c) $d_{24} = d_{15}$	d) $d_{33}$

- Q8.3b.

*class notes*



*exam*



*équivalences*

$$L \rightarrow w$$

$$h \rightarrow t$$

$$l \rightarrow d$$

$$V_3 = \frac{d_{33}}{\epsilon \epsilon_0} \frac{l}{A} F = \frac{d_{33}}{\epsilon \epsilon_0} \frac{t}{wd} F$$

$$Q = CV = \epsilon \epsilon_0 \frac{wd}{t} d_{33} \frac{t}{wd} \frac{1}{\epsilon \epsilon_0} F = d_{33} F$$

o  $Q = d_{33} F$

- Q8.3c.

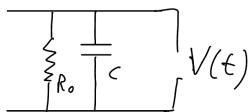
- o Pour maximiser V : Maximiser t, minimiser w :
- o  $t = 5 \text{ mm}, w = 1 \text{ mm}$

- Q8.3d.

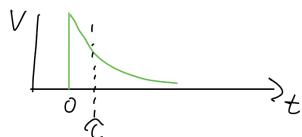
- o Amplitude initiale de V(t) est  $V_0 = \frac{d_{33}F}{wd} \frac{t}{\epsilon_0 \epsilon_r}$  qui dépend de F et de  $d_{33}$
- o La constante de temps ne dépend pas de F ou de  $d_{31}$
- o La montée initiale en tension suite à l'application d'une force est quasi-instantanée. Puis la tension chute de façon exponentielle, constante de temps  $R_0C$ , car la capacité se décharge via  $R_0$ .

$$V_0 = d_{33} t \frac{F}{dw} \frac{1}{\epsilon \epsilon_0} \quad \text{à } t=0 \quad V=V_0$$

équivalent à un circuit RC avec tension initiale  $V_0$



$$RC = R_0 \epsilon_0 \epsilon \frac{wd}{t} = \tau$$



### Exercice 8.4 Corrigé:

A) La distance est :  $d = 2.595 \text{ m}$

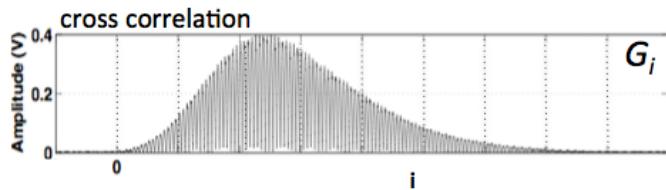
B) Erreur d'une alternance (une période):

$$\text{La longueur d'onde est } \lambda = 6.92 \text{ mm} \quad \lambda = \frac{c}{f} = 6.92 \text{ mm}$$

Quand moins de signal, l'effet du bruit est plus important, d'où risque accru de faire une erreur d'une période, et donc de sur-estimer le Temps de Vol.

A cause du mode de mesure aller-retour, l'erreur en distance pour une erreur d'une période est  $\lambda/2$ . Donc l'erreur d'estimation de distance sur une alternance est  $\Delta x = 3.36 \text{ mm}$

C) L'autocorrélation consiste à multiplier le signal émis avec le signal détecté pour différentes valeurs de décalages de temps. Le maximum de corrélation correspond au temps d'arrivée de l'écho. La méthode est robuste car elle ne dépend pas de l'amplitude du signal relative au seuil de trigger.



### Exercice 8.5 Corrigé:

$$Q = \bar{v} A = \bar{v} \pi R^2 \Rightarrow \bar{v} = \frac{Q}{\pi R^2} = 1.27 \text{ m/s}$$

$$\bar{v} = \frac{3}{4} \bar{v}_{US} \Rightarrow \bar{v}_{US} = \frac{4}{3} \bar{v} = 1.69 \text{ m/s}$$

$$t_{AB} = \frac{L}{c + \bar{v}_{US} \cos \alpha} = \frac{\sqrt{10^2 + 8^2} 10^{-2}}{1480 + 1.69 \cos(\tan(\frac{10}{8}))} = 86.5 \mu\text{s}$$

### Exercice 8.6 Corrigé:

a) La différence de fréquence est :  $\Delta f = 321 \text{ Hz}$

b) La différence de fréquence est alors :  $\Delta f = 160.6 \text{ Hz}$ . car il y a un seul shift Doppler, pas 2 comme en a)